DS Physique 3 (Modes propres !)

Cet examen a été suivi d'une activité de correction par chaque étudiant. D'où la présence d'un barême détaillé dans les solutions.

Calculatrice interdite, sans document, durée : 3h, Encadrez vos résultats. Toute valeur numérique donnée sans unité sera considérée comme erronée.

MÉTHODE 1 – Barème général. Total = 41 points
Règles générales

- Le nombre de point à attribuer à chaque question est indiqué dans le barème spécifique.
- Les points à attribuer pour les résultats sont faciles à accorder, soit le résultat est strictement identique (aux opérations mathématiques simples près) à ce que j'encadre et là vous mettez tous les points, soit ce n'est pas le cas, et là vous ne mettez aucun point, sauf exceptions signalées dans les barèmes spécifiques à chaque question.
- Même si le nombre maximum de point est de 39, la note sur 20 sera comparée à un maximum de ??, mais moodle ne gère pas ce genre de subtilités, donc je le ferai de mon côté.
- Un résultat numérique sans unité est faux, quel que soit sa valeur, sauf si la grandeur est sans dimension, ou bien si l'unité est directement écrite à côté de chaque valeur numérique.
- Une expression qui contient un mélange de valeur numérique et littéral est fausse, sauf si l'unité est écrite à chaque fois que la valeur numérique apparait, par exemple, si $m = 1\ kg$, $P = mg = g$ est faux, mais $P = (1\ \text{kg})g$ est correct.
- Un scalaire n'est pas un vecteur. Donc si une expression sensée être un vecteur est écrite sans une flèche au dessus d'elle, alors cette expression est erronée.
- Si un résultat faux cohabite avec un résultat correct, alors c'est le résultat encadré qui compte. Si rien n'est encadré, alors les points ne sont pas accordés.
- Ne pénalisez pas si une réponse n'est pas encadrée. Pénalisez cela uniquement lors de la cohabitation de deux réponses distinctes, dont l'une est fausse.
- Si une preuve est demandée, et qu'elle ne vous convainc pas, c'est très probablement que cette preuve est incorrecte.
- Si vous n'arrivez pas à lire ce qui est écrit, n'accordez pas de point (vous avez donc légitimement le droit de n'accorder aucun point à une copie illisible.)
- S'il manque un bout de la copie à cause du scan, lire le contexte et inférer avec bienveillance ce qui est écrit (lorsque c'est possible).

EXERCICE 1 – Questions de cours - 5 points
Quelques questions de cours

1. Soit un oscillateur harmonique : $\ddot{s} + 2\beta\dot{s} + \omega_0^2 s = 0$. À quelle condition la grandeur s de ce système présentera-t-elle des oscillations ?

   MÉTHODE 2 – Bareme spécifique : 1 point
   Inégalité ou Inégalité stricte n'a pas d'importance ici.

   Pour que s oscille, il faut que le discriminant du polynôme caractéristique associée à cette équation différentielle soit négatif, c'est à dire :

   $$\boxed{\beta < \omega_0}$$

2. Quelle sera la pseudo-pulsation des oscillations de s ?

   MÉTHODE 3 – Bareme spécifique : 1 point

$$\boxed{\omega_0' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

3. Quelle est la dimension des symboles β et ω_0 de l'expression précédente ?

> **MÉTHODE 4 – Bareme spécifique : 1 point**
> Si la réponse est : "l'inverse d'un temps, écrit en toutes lettres, la réponse est acceptée évidemment. Donner l'unité SI ou bien la dimension est considéré comme identique"
>
> On rappelle que le radian est sans unité également. Donc si la réponse donnée est le rad s^{-1}, la réponse est correcte également.

$$\boxed{[\beta] = [\omega_0] = \mathrm{s}^{-1}}$$

4. Il existe une relation physique qui s'écrit :

$$\omega^2 = (gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3)\tanh(kh)$$

où ω est une pulsation, g une accélération et ρ une masse volumique et tanh est la fonction tangente hyperbolique. Donner la dimension de k, h et σ.

> **MÉTHODE 5 – Bareme spécifique : 1 point**
> Point, accordé uniquement si **toutes** les réponses sont données et correctes.

On sait que ω est une pulsation en s^{-1}. On sait que tanh prend comme argument une grandeur sans unité, et renvoie une grandeur sans unité. On en déduit donc que le produit gk s'exprime en s^{-2}. On en déduit donc l'unité de k : l'inverse d'une distance. Le produit kh est sans dimension, h est donc une distance. Enfin, $\sigma k^3/\rho$ doit s'exprimer en s^{-2}, alors que ρ est en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$$\boxed{[k] = \mathrm{m}^{-1}}$$
$$\boxed{[h] = \mathrm{m}}$$
$$\boxed{[\sigma] = \mathrm{kg\,s^{-2}}}$$

5. Donner la définition du travail d'une force $\vec{f}$ exercée sur un point qui va du point A jusqu'au point B en passant par la trajectoire $\mathcal{T}$.

> **MÉTHODE 6 – Bareme spécifique : 1 point**

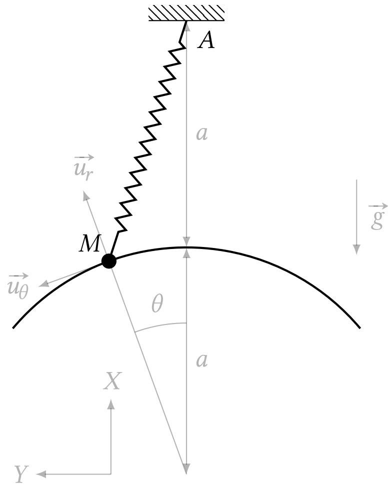
$$\boxed{W_{\mathcal{T}}(\vec{f}) \overset{\text{def}}{=} \int_{M\in\mathcal{T}} \vec{f}\cdot\vec{dr}}$$

ou bien :

$$\boxed{W_{\mathcal{T}}(\vec{f}) \overset{\text{def}}{=} \int_A^B \vec{f}\cdot\vec{dr}}$$

EXERCICE 2 – Instabilité - 19 points

Une bague M de masse m connue est contrainte d'évoluer sur un rail circulaire de rayon a connu. Elle est également attachée à un ressort de raideur k connu et de longueur à vide ℓ_0 connue. Le point d'ancrage A du ressort est situé à une distance a du sommet du rail. On tient compte de la gravité, orientée vers le bas. On appelle $\vec{u_x}$ la verticale ascendante. On tient compte d'une force de frottement fluide visqueux (proportionnel à la vitesse) avec l'air de coefficient α connu. L'air est fixe dans le référentiel d'étude.



1. Exprimer le poids $\vec{P}$ dans la base polaire en M.

> MÉTHODE 7 – Bareme spécifique : 1 point

$$\boxed{\vec{P} = -mg\cos\theta\vec{u_r} + mg\sin\theta\vec{u_\theta}}$$

2. Exprimer la force de frottement $\vec{F}_f$ dans la base polaire en M, en fonction de $\dot{\theta}$.

> MÉTHODE 8 – Bareme spécifique : 1 point

$$\vec{F}_f = -\alpha\vec{v}_{M/fluide} = -\alpha\vec{v}$$

Or le mouvement est ici circulaire, donc $\vec{v} = a\dot{\theta}\vec{u_\theta}$

$$\boxed{\vec{F}_f = -\alpha a\dot{\theta}\vec{u_\theta}}$$

3. Rappeler l'expression de l'accélération de M en fonction de $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.

> MÉTHODE 9 – Bareme spécifique : 1 point
> Vous pouvez être indulgent et accorder le point si r n'a pas été remplacé par a.

En appliquant la définition de l'accélération en polaire et en prenant spécifiquement $r = a$ *constant :*

$$\boxed{\vec{a} = -a\dot{\theta}^2\vec{u_r} + a\ddot{\theta}\vec{u_\theta}}$$

4. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AM}$ dans la base polaire en M.

> MÉTHODE 10 – Bareme spécifique : 1 point
> Accorder 0.5 point si l'étudiant propose des projections qui sont "presque" correctes (genre, correcte au signe près)

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM}$$
$$\Longrightarrow \overrightarrow{AM} = -2a\cos\theta\vec{u_r} + 2a\sin\theta\vec{u_\theta} + a\vec{u_r}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\overrightarrow{AM} = a\begin{bmatrix} 1-2\cos\theta \\ 2\sin\theta \end{bmatrix}_{pol}}$$

On ne s'intéresse qu'aux déplacement proche du sommet, c'est à dire pour des valeurs de $\theta \ll 1$. On rappelle que dans ce cas $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1$.

5. Montrer que la force de rappel élastique s'exprime alors

$$\vec{F}_e \approx -k(a-\ell_0)\begin{bmatrix} -1 \\ 2\theta \end{bmatrix}_{pol}$$

MÉTHODE 11 – Bareme spécifique : 2 points
Accorder 1 point si l'étudiant arrive à :

$$\vec{F} = -k\left(a\sqrt{1+(2\theta)^2} - \ell_0\right)\frac{1}{\sqrt{1+(2\theta)^2}}\begin{bmatrix} -1 \\ 2\theta \end{bmatrix}$$

Sans aller plus loin.

Attention, il arrive fréquemment que des arguments de type "pipeau" soient employés lorsqu'on pose une question du type "montrer que [...]". Soyez donc attentifs et vérifiez que la preuve est correctement rédigée.

avec les approximation mentionnées, Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ devient :

$$\overrightarrow{AM} = a\begin{bmatrix} -1 \\ 2\theta \end{bmatrix}$$

La longueur ℓ du ressort est :

$$\ell = \|\overrightarrow{AM}\|$$
$$\Longrightarrow \ell = a\sqrt{1+(2\theta)^2}$$

Mais puisque $\theta \ll 1$, la norme est $\ell \approx a$. Au final, la force élastique est :

$$\vec{F} = -k(\ell-\ell_0)\vec{u}_{AM}$$

Soit :

$$\vec{F} = -k(\ell-\ell_0)\frac{a}{\ell}\begin{bmatrix} -1 \\ 2\theta \end{bmatrix}$$

C'est à dire :

$$\vec{F} = -k(a-\ell_0)\begin{bmatrix} -1 \\ 2\theta \end{bmatrix}$$

6. En déduire une équation différentielle sur θ.

MÉTHODE 12 – Bareme spécifique : 2 points
Il n'est pas attendu que l'équation soit mise sous la forme canonique. 1 point si "presque bon".

Le pfd donne :

$$m\vec{a} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{F_f}$$

La projection sur $\vec{u}_r$ donne :

$$-ma\dot{\theta}^2 = mg + k(a-\ell_0) + R$$

La projection du PFD sur $\vec{u_\theta}$ donne :

$$ma\ddot{\theta} = +mg\theta - k(a-\ell_0)2\theta - \alpha\dot{\theta}$$

que l'on met sous la forme :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \left(\frac{2k}{m}(1 - \ell_0/a) - \frac{g}{a}\right)\theta = 0}$$

7. Montrer que la longueur à vide du ressort ℓ_0 doit être plus petite qu'une certaine valeur (que vous donnerez) pour que ce système soit un oscillateur harmonique.

MÉTHODE 13 – Bareme spécifique : 1 point
Inégalité stricte ou non n'a pas d'importance ici.

Pour que ce système soit un oscillateur harmonique, il faut que :

$$\left(\frac{2k}{m}(1 - \ell_0/a) - \frac{g}{a}\right) > 0$$

c'est à dire :

$$\boxed{\ell_0 < (1 - \frac{mg}{2ka})a}$$

8. On se place dans le cas où ℓ_0 est bien plus petite que cette valeur. Mettre cette équation différentielle sous la forme :

$$\ddot{\theta} + 2\beta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

En précisant les expressions de β et ω_0.

MÉTHODE 14 – Bareme spécifique : 1 point
0.5 si cohérent avec questions précédentes ET si les expressions sont homogènes.

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \left(\frac{2k}{m}(1 - \ell_0/a) - \frac{g}{a}\right)\theta = 0}$$

Avec :

$$\boxed{\beta = \frac{\alpha}{2m}}$$

et

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}(a - \ell_0) - \frac{g}{a}}}$$

On admet que $\omega_0 \gg \beta$. Initialement la bague est située au sommet et on lui donne une petite vitesse initiale $\vec{v} = v_0\vec{u}_y$.

9. Déterminer la solution $\theta(t)$ correspondant aux conditions données ci-dessus.

MÉTHODE 15 – Bareme spécifique : 3 points
Voici comment sont distribués ces trois points

- 1 point pour l'expression générale (celle utilisée ici, ou bien toute autre forme équivalente, y compris complexe)
- 1 point pour avoir formulé adéquatement les conditions initiales
- 1 point pour la solution complète.

Si $\omega_0' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ est utilisé au lieu de ω_0, c'est évidemment correct également.

Puisque $\beta \ll \omega_0$, la solution générale de s'écrit :

$$\theta(t) = e^{-\beta t}\left(A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)\right)$$

Initialement, la bague est au sommet ce qui signifie que $\theta(0) = 0$. On en déduit : $A = 0$ Initialement, la bague est lâchée avec une vitesse initiale portée par $\vec{u}_y$, or à $t = 0$, $\vec{u}_\theta(0) = \vec{u}_y$. On en déduit donc que $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{u}_\theta(0)$.

Puisque $\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$, on en déduit que $a\dot{\theta}(0) = v_0$, c'est à dire $\dot{\theta}(0) = \frac{v_0}{a}$.

Par ailleurs,

$$\dot{\theta}(t) = Be^{-\beta t}\left(-\beta \sin(\omega_0 t) + \omega_0 \cos(\omega_0 t)\right)$$

Soit, à $t = 0$:

$$\dot{\theta}(0) = B\omega_0$$

Finalement : $B = \frac{v_0}{a\omega_0}$

Et la solution complète s'écrit :

$$\boxed{\theta(t) = \frac{v_0}{a\omega_0}e^{-\beta t}\sin(\omega_0 t)}$$

Les valeurs numériques sont les suivantes : $a = 10\ cm$, $g = 10\ m/s^2$, $\ell_0 \ll a$, $m = 0.1\ kg$, $k = 250\ N/m$, $\alpha = 0.2\ kg/s$ et $v_0 = 0.1\ m/s$

10. Déterminer la valeur numérique de ω_0. En déduire la pseudo-période des oscillations (prendre $\pi = 3$). Donnez vos réponses sous forme décimale.

> **MÉTHODE 16 – Bareme spécifique : 2 points**
> 1 point pour chaque réponse. Aucun point accordé pour une réponse donnée sans unité. N'accorder qu'un demi point si la valeur numérique donnée contient une racine non simplifiée en valeur décimale.

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{2 \times 250 \times \frac{(1-0)}{0.1} - \frac{10}{0.1}} = \sqrt{5000 - 100} = 7\sqrt{100} = 70\ s^{-1}}$$

La pseudo-période est $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx 0.1\ s}$

11. Au bout de combien de temps est-ce que l'amplitude des oscillations est égale à 10% de l'amplitude initiale ? (Au bout de combien de temps est-ce que l'enveloppe exponentielle vaut 10% de sa valeur initiale ?) Faire l'application numérique. On donne $\ln(10) = 2.3$

> **MÉTHODE 17 – Bareme spécifique : 1 point**

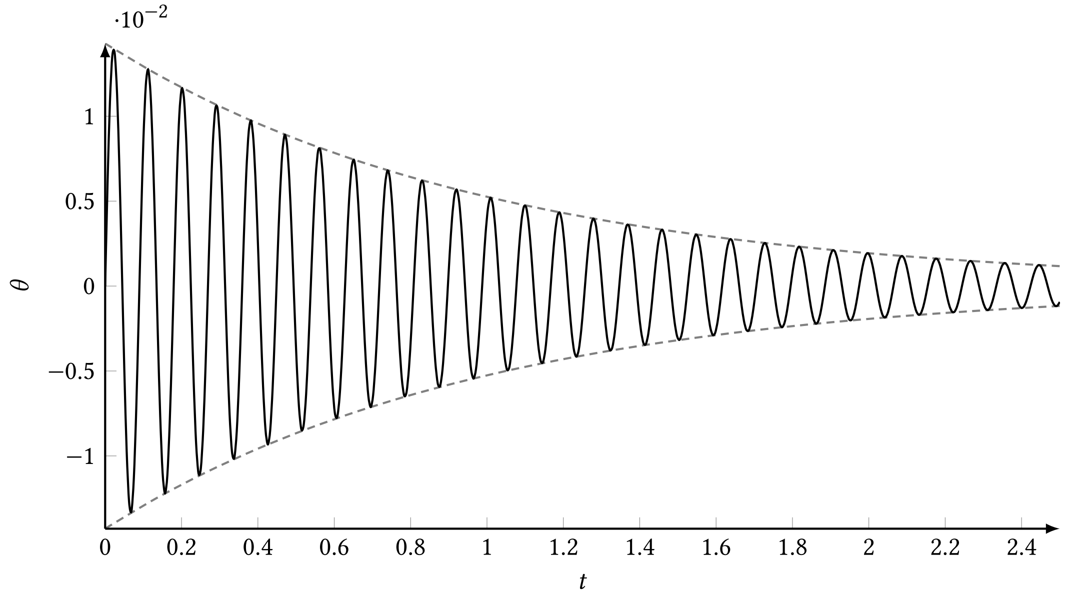
On cherche t_1 tel que :

$$e^{-\frac{\alpha}{2m}t_1} = 0.1$$

Soit : $\boxed{t_1 = 2\frac{m}{\alpha}\ln(10) = 2.3\ s}$

12. Tracer soigneusement l'allure de $\theta(t)$.

> **MÉTHODE 18 – Bareme spécifique : 3 points**
> Distribuer les points selon :
> - 1 point pour l'allure de la courbe : oscillations amorties qui partent de 0, axes labellisés correctement. N'accorder que 0.5 point si il manque les noms des axes, ou si la courbe ne débute pas à 0.
> - 1 point pour avoir tracer une enveloppe exponentielle cohérente (c'est à dire que l'enveloppe a diminué de 90% au bout de deux secondes, ou bien si t_1 est indiqué.). Soyez indulgent sur la forme de l'exponentielle décroissante. 0.5 point si la valeur de temps est erronée, mais cohérente avec les réponses précédentes. Pas de point si rien n'est indiqué.
> - 1 point pour avoir tracé des oscillations de période $0.1s$, donc avec beaucoup d'oscillations avant qu'elles ne s'atténuent. 0.5 point si la période des oscillations est erronée, mais cohérente avec les réponses précédente. Pas de point si rien n'est indiqué.



Exercice 3 – Oscillateurs couplés - 17 points
On donne $\sqrt{3} \approx 1.7$.

On étudie un système constitué de deux masses ponctuelles, de masse m_1 et m_2 connues. Ces deux masses ne peuvent se déplacer que horizontalement. On ignore la gravité. Chacune est reliée à un mur via un ressort de raideur respectives k_1 et k_2 et de longueur au repos $\ell_{1,0}$ et $\ell_{2,0}$. Enfin les deux masses sont elles même reliées par un autre ressort de raideur k_{12} et de longueur à vide $\ell_{12,0}$. Toutes ces raideurs/longueurs à vide sont connues. On note x_1 le déplacement à un instant quelconque de la masse m_1 par rapport à sa position au repos. x_1 est une grandeur algébrique (peut être négative). On note x_2 le déplacement de la masse m_2 par rapport à sa position au repos.

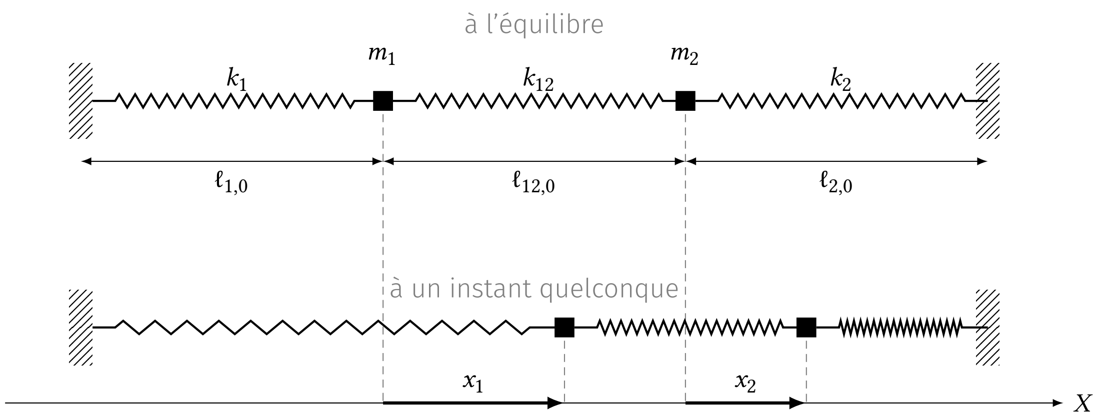


Figure 1 – Schéma annoté du système. En haut : situation au repos. En bas : situation à un instant quelconque. Sur ce schéma, on a pris $\ell_{1,0} = \ell_{2,0} = \ell_{12,0}$, mais ce n'est pas nécessairement le cas.

1. Exprimer, à un instant quelconque, les longueurs ℓ_1, ℓ_2 et ℓ_{12} en fonction de x_1, x_2 et des données.

> **Méthode 19 – Bareme spécifique : 2 points**
> 1 point si deux sur trois sont correctes

$$\boxed{\begin{cases} \ell_1 = \ell_1^0 + x_1 \\ \ell_2 = \ell_2^0 - x_2 \\ \ell_{12} = \ell_{12}^0 + x_2 - x_1 \end{cases}}$$

2. En déduire l'expression des forces exercées sur m_1, ainsi que celles exercées sur m_2, toujours en fonction de x_1, x_2 et des données.

MÉTHODE 20 – Bareme spécifique : 2 points
0.5 point pour chaque

$$\begin{aligned}\vec{F}_{1\to m_1} &= -k_1(\ell_1 - \ell_1^0)\vec{u}_x = \boxed{-k_1 x_1 \vec{u}_x}\\ \vec{F}_{12\to m_1} &= \boxed{k_{12}(x_2 - x_1)\vec{u}_x}\\ \vec{F}_{2\to m_2} &= \boxed{-k_2 x_2 \vec{u}_x}\\ \vec{F}_{12\to m_2} &= \boxed{-k_{12}(x_2 - x_1)\vec{u}_x}\end{aligned}$$

On suppose à partir de maintenant que $k_1 = k_2 = k$ et $m_1 = m_2 = m$. Attention, on ne suppose pas que $k_{12} = k$.

3. Montrer que les grandeurs x_1 et x_2 vérifient les deux égalités suivantes (vous préciserez les expressions de ω_0 et ω_c) :

$$\begin{cases}\ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - \omega_c^2(x_2 - x_1) = 0 & (1)\\ \ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + \omega_c^2(x_2 - x_1) = 0 & (2)\end{cases}$$

MÉTHODE 21 – Bareme spécifique : 2 points

L'application du PFD à m_1 :

$$\begin{aligned}m\ddot{x}_1 &= -kx_1 + k_{12}(x_2 - x_1)\\ \Longrightarrow \ddot{x}_1 &+ \frac{k}{m}x_1 - \frac{k_{12}}{m}(x_2 - x_1)\end{aligned}$$

L'application du PFD à m_2 :

$$\begin{aligned}m\ddot{x}_2 &= -kx_2 - k_{12}(x_2 - x_1)\\ \Longrightarrow \ddot{x}_2 &+ \frac{k}{m}x_2 + \frac{k_{12}}{m}(x_2 - x_1)\end{aligned}$$

On obtient bien le système voulu en posant :

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

et

$$\boxed{\omega_c = \sqrt{\frac{k_{12}}{m}}}$$

Si vous n'avez pas réussi à établir ce système, vous pouvez l'admettre et considérer que ω_0 et ω_c sont des données pour la suite.

Une personne nommée Caroline mesure la quantité $Q_+ \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x_1 + x_2}{2}$. Une personne nommée Roger mesure la quantité $Q_- \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x_2 - x_1}{2}$.

4. Montrer que Caroline peut affirmer que ce système est un oscillateur harmonique (portant sur Q_+) dont vous donnerez la pulsation propre "ω_+".

MÉTHODE 22 – Bareme spécifique : 1 point

Puisque $\ddot{Q}_+ = \frac{\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2}{2}$*, alors* $\frac{1}{2}((1)+(2))$ *donne :*

$$\ddot{Q}_+ + \omega_0^2 Q_+ = 0$$

OH de pulsation propre $\omega_+ = \omega_0$.

5. Montrer que Roger peut affirmer que ce système est un autre oscillateur harmonique (portant sur Q_-) dont vous donnerez la pulsation propre "ω_-".

MÉTHODE 23 – Bareme spécifique : 1 point

De même, puisque $\ddot{Q}_- = \frac{\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1}{2}$*, alors* $\frac{1}{2}((2)-(1))$ *donne :*

$$\ddot{Q}_- + (\omega_0^2 + 2\omega_c^2)Q_- = 0$$

OH de pulsation propre $\omega_- = \sqrt{\omega_0^2 + 2\omega_c^2}$

6. Faire l'application numérique pour ω_+ et ω_- si $m = 1$ kg, et $k_{12} = k = 100$ N m^{-1}.

MÉTHODE 24 – Bareme spécifique : 1 point
Encore une fois, aucun point accordé si la réponse est donnée sans unité. On rappelle que rad s^{-1} = s^{-1}

$\omega_+ = 10$ rad s^{-1} *et* $\omega_+ \approx 17$ rad s^{-1}

Si vous n'avez pas réussi à établir les expressions de ω_+ et ω_- vous pouvez les considérer comme des données pour la suite. Si vous avez réussi à trouver leur expression, vous pouvez aussi utiliser ω_+ et ω_- pour simplifier vos expressions.

On choisit les conditions initiales suivantes : On déplace la masse m_1 vers la droite de $1\ cm$, c'est à dire $x_1 = a$, avec $a = 1\ cm$. On laisse m_2 sur sa position de repos, et on libère les masses sans qu'aucune d'elle n'ait de vitesse initiale.

7. Traduire ces conditions initiales en des conditions initiales portant sur Q_+ et Q_- et les dérivées de ces quantités.

MÉTHODE 25 – Bareme spécifique : 1 point
Pas de demi-mesure, tout doit être correct.

$Q_+(0) = \frac{a}{2}$, $Q_-(0) = -\frac{a}{2}$, $\dot{Q}_+(0) = 0$ *et* $\dot{Q}_-(0) = 0$

8. En déduire l'expression de $Q_+(t)$ ainsi que $Q_-(t)$.

MÉTHODE 26 – Bareme spécifique : 2 points
1 point pour chaque.

On sait que la solution d'un OH est de la forme : $Q(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ *En tenant compte des conditions initiales, cela mène à :*

$Q_+(t) = \frac{a}{2}\cos(\omega_+ t)$ *et* $Q_-(t) = -\frac{a}{2}\cos(\omega_- t)$

9. En déduire l'expression de $x_1(t)$ et de $x_2(t)$.

MÉTHODE 27 – Bareme spécifique : 1 point

$$x_1 = Q_+ - Q_- \implies x_1(t) = \frac{a}{2}(\cos(\omega_+ t) + \cos(\omega_- t))$$
$$x_2 = Q_+ + Q_- \implies x_2(t) = \frac{a}{2}(\cos(\omega_+ t) - \cos(\omega_- t))$$

10. Proposer des conditions initiales sur x_1 et x_2 pour que le mouvement de x_1 et x_2 soient tous les deux une sinusoïde pure de pulsation ω_+.

> **MÉTHODE 28 – Bareme spécifique : 1 point**
> Si les conditions initiales correspondent à la situation décrite ci-dessous.

Pour que x_1 et x_2 ne contiennent pas de composante à ω_-, il faut que Q_- soit identiquement nul. On souhaite que Q_- soit égal à $0\ \forall t$ (sans que Q_+ ne soit identiquement nul). On peut obtenir ce résultat en choisissant $Q_-(0) = 0$ et $\dot{Q}_-(0) = 0$, c'est à dire, en déplaçant les deux masses de la même valeur a, et en les lâchant avec la même vitesse initiale (par exemple vitesse nulle.)

11. Expliquer pourquoi dans le cas décrit par la situation ci-dessus, tout se passe comme si le ressort k_{12} n'existait pas.

> **MÉTHODE 29 – Bareme spécifique : 2 points**
> Je vous laisse décider de la pertinence des explications proposées par la copie.

Notons que dans ce cas, la pulsation est ω_0, c'est à dire que tout se passe comme si le ressort du milieu n'existait pas. Les deux masses m oscillent comme si elles étaient indépendamment attachées à un mur via un ressort de raideur k. On peut le comprendre en remarquant que au vu des expressions de x_1 et x_2 dans ce cas là, la distance ℓ_{12} reste fixe, égale à $\ell_{12,0}$: le ressort du milieu n'est jamais étiré ni comprimé : Il n'exerce aucun effort sur les deux masses. Qu'il soit là ou pas, le mouvement des deux masses est le même. Cela n'est vrai que pour ces conditions initiales spécifiques.

12. Proposer des conditions initiales sur x_1 et x_2 pour que le mouvement de x_1 et x_2 soient tous les deux une sinusoïde pure de pulsation ω_-.

> **MÉTHODE 30 – Bareme spécifique : 1 point**

On souhaite que Q_+ soit égal à $0\ \forall t$ (sans que Q_- ne soit identiquement nul). On peut obtenir ce résultat en choisissant $Q_+(0) = 0$ et $\dot{Q}_+(0) = 0$, c'est à dire, en déplaçant les deux masses de la même valeur absolue a, mais dans un sens opposé, et en les lâchant avec des vitesses opposées.