Durée : 2 h 00. Calculatrice autorisée. Un barème indicatif est indiqué pour chaque problème. On veillera à encadrer les résultats et à justifier toute affirmation.

I - Fabrication industrielle de biscuits : cuisson

La majorité des fours industriels de grande échelle fonctionnent au gaz naturel, que l'on résumera au méthane CH_4 (g) pour simplifier.

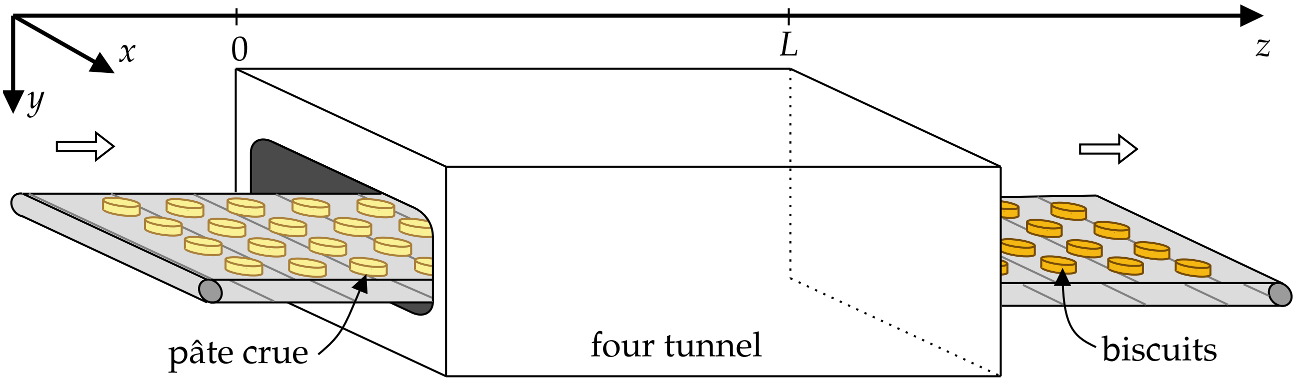


Fig. 1 – Schéma d'un four tunnel pour la cuisson de biscuits

I.1 Température de flamme (25% des pts)

La combustion complète du méthane CH_4 (g) est sa réaction avec le dioxygène O_2 (g) de l'air pour former de l'eau H_2O (g) et du dioxyde de carbone CO_2 (g).

Données :

Espèce chimique	CH_4 (g)	O_2 (g)	N_2 (g)	CO_2 (g)	H_2O (g)
$\Delta_f H°(298\text{K})$ (kJ.mol^{-1})	-75	0	0	-400	-240
$c^\circ_{p,n}$ (J.mol^{-1}.K^{-1})	40	30	30	40	40
M (g.mol^{-1})	16	32	30	44	18

Q1. Ajuster l'équation de cette réaction, en prenant un coefficient stœchiométrique -1 pour le méthane CH_4 (g).

Q2. Écrire la réaction de formation du dioxyde de carbone CO_2 (g), puis définir précisément ce qu'est une enthalpie standard de formation.

Q3. Déterminer la valeur numérique de l'enthalpie standard de combustion $\Delta_r H°$ du méthane, la combustion étant ajustée comme en première question.

Dans une première approche simplifiée on mélange, à $T = 298$ K, 1 m^3 d'air à une pression partielle de 10 bar et 1 m^3 de CH_4(g) à une pression partielle de 0,75 bar. La transformation est brève, donc adiabatique, et supposée monobare. Aucun travail utile n'est fourni au mélange gazeux.

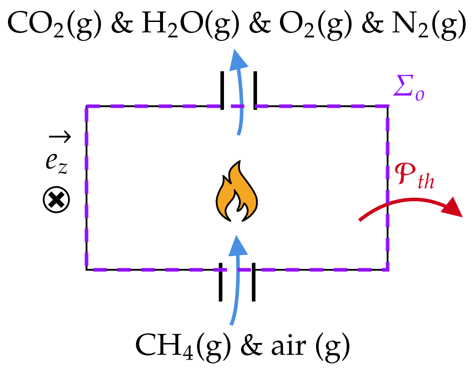
Q4. Rappeler, avec un seul chiffre significatif, la fraction molaire en dioxygène dans l'air.

Q5. En déduire, en détaillant rigoureusement votre raisonnement, la température finale T_f du mélange en fin de combustion.

Q6. Proposer une température acceptable pour la cuisson de biscuits. La température précédente vous semble-t-elle convenir à cette fin ?

I.2 Puissance fournie pour une chambre de combustion ouverte
(30% des pts)

En pratique la combustion est une réaction **totale** qui a lieu dans un système ouvert fixé que l'on appelle la chambre de combustion. La chambre de combustion ne contient aucune pièce mécanique, cède une puissance thermique $\mathcal{P}_{th} > 0$ à l'extérieur, et fonctionne en régime stationnaire (sa composition chimique est donc constante). Les gaz entrants et sortants ne voient pas leur énergie mécanique significativement varier, les sections d'entrée et de sortie étant identiques. En entrée le mélange réactionnel est constitué d'**air** à une pression partielle de 10 bar et de méthane à une pression partielle de 0,75 bar. Les pressions totale en entrée (10,75 bar) et en sortie sont égales.



Q7. À quelle pièce usuelle des machines thermodynamiques (détendeur, tuyère, compresseur, échangeur, turbine) s'assimile cette chambre de combustion, et pourquoi ?

Q8. Par un bilan de quantité de matière sur chaque élément chimique en système ouvert, démontrer rigoureusement qu'en sortie de la chambre de combustion on trouve un mélange de :

- H_2O (g) à $P_{H_2O} = 1,5$ bar
- CO_2 (g) à $P_{CO_2} = 0,75$ bar
- O_2 (g) à $P_{O_2} = 0,5$ bar
- N_2 (g) à $P_{N_2} = 8$ bar

Q9. Énoncer le premier principe en système ouvert sans aucune hypothèse, puis simplifier cette expression au regard des indications données.

Pour maximiser le rendement, les gaz de combustion sortent de la chambre de combustion à température ambiante $T = 298$ K, ce que l'on supposera être le cas.

Q10. En déduire que la variation d'enthalpie massique Δh entre l'entrée et la sortie de ce système ouvert peut s'écrire :

$$\Delta h = \alpha \times \Delta_r H^\circ \qquad \text{où on déterminera l'unité et la valeur numérique de } \alpha$$

La puissance thermique cédée par la chambre de combustion à l'extérieur est $\mathcal{P}_{th} \simeq 4 \times 10^5$ W.

Q11. Déterminer avec un seul chiffre significatif la masse de CO_2 (g) émise pour une heure de fonctionnement de la chambre de combustion.

La puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ cédée "à l'extérieur" sert en pratique à chauffer les parois internes du four.

I.3 Étude du four tunnel

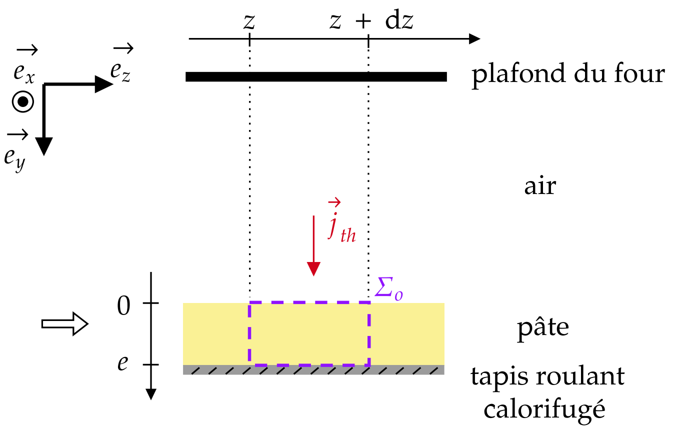
(30% des pts)

On donne la conductivité thermique de l'eau $\lambda = 0,5$ W.m^{-1}.K^{-1} et sa capacité thermique massique $c_{eau} \simeq 4 \times 10^3$ J.kg^{-1}.K^{-1}, ainsi que la capacité thermique massique de l'air $c_{air} \simeq 1 \times 10^3$ J.kg^{-1}.K^{-1}. On assimilera, *uniquement pour la question n°12 ci-dessous*, le biscuit à de l'eau liquide pure.

Q12. Déterminer le temps caractéristique de diffusion thermique dans un biscuit d'épaisseur $e = 2$ cm, puis dans une hauteur d'air $h = 10$ cm : comment cela se compare-t-il au temps usuel de cuisson d'un biscuit ?

En pratique, le transfert thermique radiatif domine largement pour la cuisson. En terme de thermodynamique, la cuisson d'un biscuit ne consiste pas tant à élever sa température mais surtout à vaporiser l'eau qu'il contient. On décompose un biscuit de masse m en $m = m_s + m_e$ avec m_s sa masse sèche, constante, et m_e sa masse d'eau, passant de $m_e(z = 0) = 0,2m_s$ en entrée de four à $m_e(z = L) = 0,05m_s$ en sortie de four, le tout fonctionnant en régime stationnaire.

L'air du four est ventilé de sorte à être parfaitement sec à 100 °C : l'eau vapeur sortant en $y = 0$ d'une surface $\ell \times \mathrm{d}z$ est évacuée quasi instantanément. Pour simplifier on suppose qu'un biscuit plan recouvre l'intégralité du tapis roulant, biscuit de température uniforme égale à 100°C, seul $r(z) = \frac{m_e(z)}{m_s}$ varie avec $z \in [0;\ L]$. On néglige l'éventuelle variation d'énergie mécanique. Le vecteur densité de puissance thermique est de la forme $\vec{j}_{th} = j_{th}(y)\vec{e_y}$ avec $\vec{j}_{th}(y = 0) = j_{th0}\vec{e_y}$ ($j_{th0} > 0$) et le tapis roulant en $y = e$ est calorifugé.



On note $\vec{v} = ||\vec{v}||\vec{e_z}$ la vitesse du tapis roulant, de largeur ℓ selon x, h_{vap} l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à 100°C sous 1 bar, et l'épaisseur e du biscuit est supposée constante durant la cuisson. Les phases condensées seront supposées incompressibles indilatables. On écrira la masse volumique du biscuit $\mu(z)$ comme $\mu(z) = \mu_0 + r(z) \times \mu_1$ avec μ_0 et μ_1 deux constantes.

Q13. Exprimer en fonction de v, e, $\mu(z)$, $\mu(z + \mathrm{d}z)$ et ℓ les débit massiques massiques suivants :

- $D_{m1}(z)$ de $\{\underbrace{\text{pâte sèche} \cup \text{eau liquide}}_{\text{pâte crue en } z}\}$ entrant dans Σ_o
- $D_{m2}(z + \mathrm{d}z)$ de $\{\underbrace{\text{pâte sèche} \cup \text{eau liquide}}_{\text{pâte crue en } z+\mathrm{d}z}\}$ sortant de Σ_o
- D_{m3} de $\{\underbrace{\text{pâte sèche} \cup \text{eau liquide}}_{\text{pâte crue en } z+\mathrm{d}z} \cup \text{eau vapeur}\}$ sortant de Σ_o

Q14. En s'aidant du premier principe en système ouvert sur la tranche infinitésimale du four schématisée et en détaillant votre approche, démontrer que $r(z)$ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z} = -\frac{1}{\delta} \qquad \text{où on exprimera } \delta \text{ en fonction de } j_{th0},\ e,\ v,\ \mu_1 \text{ et } h_{vap}$$

La masse volumique de la pâte en entrée de four est $\mu' = 1,2 \times 10^3$ kg.m^{-3} et sa masse volumique en sortie de four est $\mu" = 1,05 \times 10^3$ kg.m^{-3}.

Q15. Exprimer μ_0 et μ_1 en fonction de μ' et $\mu"$, puis en déduire les valeurs numériques de μ_0 et μ_1.

I.4 Dimensionnement opérationnel du four

(15% des pts)

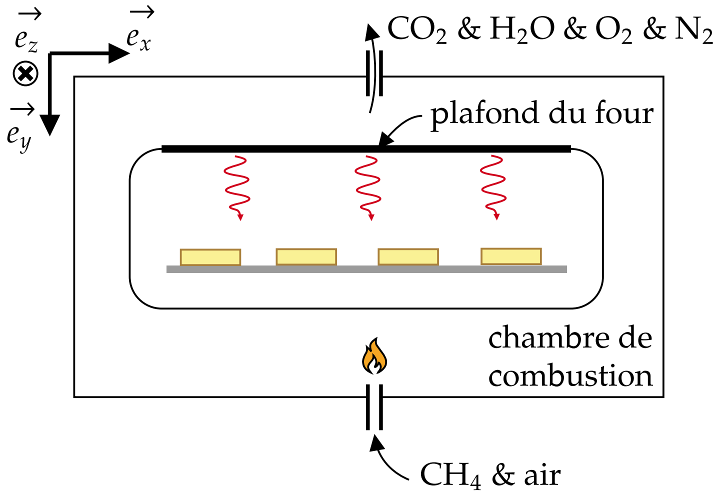


Fig. 2 – Schéma plus réaliste : la chambre de combustion chauffe les parois du four, ces dernières émettant un rayonnement IR sur les biscuits.

Q16. Justifier qu'il est acceptable de négliger, en première approche, la puissance émise par le biscuit devant celle émise par une même surface du plafond du four.

On suppose que la puissance $\mathcal{P}_{th} = 4 \times 10^5$ W est répartie uniformément sur la surface $L \times \ell$ du plafond du four faisant face au tapis roulant. L'intégralité de cette puissance sert à chauffer les biscuits de sorte à ce que $j_{th0} = \frac{\mathcal{P}_{th}}{L\ell}$. On donne $\ell = 1$ m, $h_{vap} = 2,2 \times 10^6$ J.kg^{-1}.

Q17. Déterminer la valeur numérique de la vitesse v du tapis roulant pour respecter les critères de cuisson annoncés. Pourquoi ce résultat ne dépend-il pas de L ?

Si r atteint 0, l'énergie supplémentaire fournie au biscuit initie sa réaction de combustion.

Q18. Mettre en évidence une valeur numérique minimale v_{min} à atteindre pour le tapis roulant afin de ne pas brûler les biscuits.